

**Міністерство освіти і науки України
Дніпровський національний університет
імені Олеся Гончара**

Кафедра математичного аналізу і теорії функцій

**МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ ДО ВИВЧЕННЯ ДИСЦИПЛІНИ
«ІСТОРІЯ МАТЕМАТИКИ»**

Дніпро

2022

Наведені основні теоретичні відомості та матеріали для самостійного вивчення й підготовки до практичних занять з історії математики. Для студентів університету, що вивчають курси «Історія математики» і «Історія та методологія математики» денної і заочної форм навчання.

Рекомендовано до друку вченою радою
механіко-математичного факультету (протокол № 5 від 18 січня 2022 р.)

Рецензенти:

А. В. Тушев, доктор фіз.-мат. наук, професор кафедри геометрії і алгебри
Дніпровського національного університету імені Олеся Гончара

Є. В. Дерезь, кандидат фіз.-мат. наук, доцент, вчитель математики
комунального закладу «Технічний ліцей імені Анатолія Лигуна» Кам'янської
міської ради

Методичні вказівки до вивчення дисципліни «Історія математики»

Укладачі: кандидат фіз.-мат. наук, доцент Р. О. Біліченко
кандидат фіз.-мат. наук, доцент М. Б. Вакарчук

Тема 1. Предмет історії математики. Зародження математики. Математика Стародавнього Єгипту та Вавилону

Історія математики є важливою частиною математичної освіти. Важливо знати й розуміти не лише самі математичні поняття, але й те, як вони виникли і розвивалися. Такі основні поняття, як число та найпростіші геометричні фігури, з'явилися задовго до появи математичних текстів. Першим кроком до виникнення лічби було встановлення відповідності між перелічуваними предметами і деякою множиною-еталоном (наприклад, кількістю пальців на руці). Спочатку результати лічби зберігали за допомогою зарубок або вузликів. Наступним етапом розвитку числових позначень стало зображення чисел за допомогою цифр. Виникнення понять про геометричні фігури пов'язане з виготовленням людиною знарядь праці, обробкою полів, будівництвом, зображенням різних плоских фігур на малюнках і орнаментах.

Найбільш давні математичні тексти, що збереглися до наших днів, датовані приблизно початком другого тисячоліття до н. е. До цього часу належить розквіт двох великих цивілізацій стародавнього Сходу – Єгипту й Вавилону. У Стародавньому Єгипті зберігали, передавали й розвивали наукові знання, у тому числі й математичні, так звані переписувачі. Єгипетські тексти записані на ламкому папірусі, іноді на шкірі. У єгипетських математичних папірусах є багато задач, що виникають із практики. Вони пов'язані з розподілом заробітної плати між певним числом робітників, обчисленням необхідної кількості зерна для приготування заданої кількості хліба, переведенням одних мір в інші. Основну увагу приділено не методам розв'язку задач, а самим обчисленням. Геометричні знання єгиптян пов'язані зі знаходженням площ і об'ємів. Таким чином, математика в Стародавньому Єгипті не являла собою сукупність знань, розділену на арифметику, алгебру, геометрію, а була зібранням правил для чисельного розв'язку найпростіших математичних задач.

Математичні тексти в Стародавньому Вавилоні записували на глиняних табличках. Вавилонська техніка обчислень була набагато досконалішою, ніж єгипетська, і задачі розв'язувалися теж більш складні, наприклад, пов'язані із системами лінійних рівнянь, із квадратними рівняннями, зі знаходженням суми арифметичної прогресії. У Вавилоні використовувалися дві системи числення: десяткова й шістдесяткова. Для обчислень широко використовувалися різного роду таблиці. Вавилонські математичні тексти містять кілька цікавих задач, пов'язаних із площами трикутників і трапецій. На табличках збереглося багато задач про прямокутні трикутники, що використовують теорему Піфагора. Їхні розв'язки свідчать про те, що ця теорема була відома у Вавилоні задовго до народження Піфагора.

Контрольні питання

1. Охарактеризуйте найважливіші періоди в історії математики.
2. Розкажіть про етапи виникнення лічби.
3. Що означають адитивний, субстрактивний і мультиплікативний принципи нумерації?

4. На чому базується єгипетська нумерація?
5. На яких операціях ґрунтується арифметика Стародавнього Єгипту?
6. Охарактеризуйте геометричні знання єгиптян.
7. На чому базується вавилонська нумерація?
8. Розкажіть про техніку обчислень у Стародавньому Вавилоні.
9. Охарактеризуйте математичні знання Стародавнього Вавилону.

Теми для самостійного опрацювання, доповідей, рефератів

1. Походження назв числівників у різних мовах.
2. Єгипетські дробі.
3. Обчислення площі круга й об'єму усіченої піраміди в Стародавньому Єгипті.
4. Квадратні рівняння й наближене обчислення коренів у математиці Стародавнього Вавилону.
5. Вавилонські задачі про площі.

Джерела: [4, ч. 1 гл. 1–3], [1, с. 8–28], [3, гл. 1, 2], [11, гл. 1], [17, 1–3], [18, р. 5–26], [2, § 1–4], [14, гл. I, II], [15, с. 49–59, 67–70]

Історичні задачі

Задачі Стародавнього Єгипту. Задачі з папірусу Райнда

1. У семи осіб сім кішок, кожна кішка з'їдає по семи мишей, кожна миша з'їдає по семи колосків, з кожного колоска може вирости по семи мір ячменя. Як великі числа цього ряду та їх сума?
2. У Стародавньому Єгипті площу круга заміняли площею рівновеликого квадрата, за сторону якого брали $\frac{8}{9}$ діаметра круга. Знайти наближене значення числа π в цьому випадку.
3. У Стародавньому Єгипті для знаходження площі рівнобедреного трикутника брали половину добутку основи на бічну сторону. Нехай основа трикутника 4, бічна сторона 10. Обчисліть у відсотках величину помилки такої формули.
4. Для обчислення площі рівнобічної трапеції єгиптяни брали добуток півсуми основ на бічну сторону. Нехай нижня основа трапеції 6, верхня – 4, бічна сторона 20. Обчисліть у відсотках величину помилки такої формули.

Задачі Стародавнього Вавилону

1. За довжину кола в Стародавньому Вавилоні брали периметр уписаного в це коло правильного шестикутника. Знайти наближене значення числа π у цьому випадку.
2. Для визначення площі чотирикутника в Стародавньому Вавилоні брали добуток півсум протилежних сторін. Укажіть, для яких чотирикутників ця формула точно визначає площу.

Тема 2. Математика Стародавньої Греції та елліністичних країн

На відміну від окремих задач і таблиць математики Єгипту і Вавилону, математика Давньої Греції – це математика з доведеннями, що являє собою

абстрактну й дедуктивну науку. Виникають не лише перші математичні теорії, але й математичні картини світу, з прагненням довести, що «все є число». Початок грецької науки поклали дві натурфілософські школи: іонійська та піфагорійська.

Геометрія піфагорійців базувалася на вивченні планіметрії прямолінійних фігур. Вершиною їх вчення було доведення теореми Піфагора, яка до цього була відома лише для частинних випадків. Піфагорійці вважали, що всі відрізки є сумірними, тобто, що відношення будь-яких двох відрізків (а також і площ) є раціональним числом.

Відкриття несумірних відрізків (наприклад, діагональ одиничного квадрату) стало поворотним моментом в історії математики. Виявилося, що цілих чисел і їх відношень недостатньо для вираження відношень будь-яких двох відрізків, що за допомогою тільки раціональних чисел не можна побудувати метричну геометрію. Перші ірраціональності були описані й класифіковані Феодором та його учнем Теететом.

У V ст. до н.е. стали популярними три задачі, які неможливо було розв'язати методами геометричної алгебри:

1) подвоєння куба: побудувати куб, об'єм якого був би вдвічі більшим за об'єм заданого куба;

2) трисекція кута: розділити даний куб на три рівні частини;

3) квадратура круга: побудувати квадрат, рівновеликий даному кругу.

Разом з відкриттям несумірних величин в математиці з'являється поняття нескінченності. До цього поняття приводили дві основні проблеми, що ставилися перед античними математиками: проблема дійсного числа й проблема міри. Спочатку припускали, що нескінченні множини підпадають під ті ж закони, що і скінченні. Це призвело до появи парадоксів.

Після завоювань Олександра Македонського центр наукових досліджень елліністичного світу переноситься до Олександрії в Єгипті. У III ст. до н.е. жили і працювали три великих геометри давнини: Евклід, Архімед і Аполлоній. «Початки» Евкліда – основа античної математики, підсумок її 300-літнього розвитку й підґрунтя для подальших досліджень. Архімед розробив метод вичерпання, що став прообразом поняття інтеграла. За допомогою нього він обчислював площі та об'єми різних фігур і тіл. Аполлоній відомий ученням про конічні перерізи (еліпс, гіпербола, парабола).

В період панування Римської імперії у античній науці відбувався спад. На тлі загального занепаду виділяється постать Діофанта – останнього з великих античних математиків, «батька алгебри». Він був автором «Арифметики», присвяченої розв'язанню невизначених рівнянь з цілими коефіцієнтами, розв'язки яких є цілими числами (діофантові рівняння).

Контрольні питання

1. У чому полягають причини перетворення античної математики на повноцінну науку?
2. Які основні досягнення з геометрії були отримані в школах Фалеса і Піфагора?

3. Запишіть арабськими цифрами число CDXLVII.
4. У чому полягає поняття несумірності? До яких проблем античної математики призвело відкриття явища несумірності?
5. Розкажіть про перші нерозв'язні задачі давнини.
6. Які ви знаєте парадокси нескінченного (апорії Зенона)?
7. Що лежить в основі загальної теорії подільності, яка була побудована в період античності?
8. Охарактеризуйте стисло зміст «Початків» Евкліда.
9. Розкажіть про суть методу вичерпання Архімеда.
10. Які основні досягнення в геометрії мав Аполлоній?
11. Який алгебраїчний матеріал містить «Арифметика» Діофанта?

Теми для самостійного опрацювання, доповідей, рефератів

1. Грецькі нумерації.
2. Містика чисел у школі Піфагора.
3. Геометрична алгебра греків.
4. Класифікація ірраціональностей Теєтета.
5. Апорії Зенона.
6. Луночки Гіппократа Хіосського.
7. Алгебра і теорія чисел у період занепаду греко-римської цивілізації.

Джерела: [4, ч. 1 гл. 4, 5], [1, с. 80–96], [13, гл. 1–4], [3, 3.1–3.7], [11, гл. 2], [17, 4–8], [18, р. 27–51], [2, § 5–15], [14, гл. III], [15, с. 12–31, 59–63, 92–105, 213–219].

Історичні задачі

1. **Задача Евкліда.** Довести, що якщо паралелепіпед перетнути площиною, паралельною його протилежним бічним граням, то об'єми утворених паралелепіпедів відносяться як площі їх основ.
2. **Задача Евкліда.** Виразити ребро правильного багатогранника через радіус описаної навколо нього сфери радіуса R .
3. **Задача Архімеда.** Довести, що об'єм циліндра, півкулі і конуса при однаковому радіусі і однаковій висоті відносяться, як 3:2:1.
4. **Задача Архімеда.** Обчислити площу фігури, обмеженої спіраллю Архімеда $\rho = a\varphi$ ($\varphi \in [0; 2\pi]$) і полярною віссю.
5. **Задача з «Арифметики» Діофанта.** Знайти три числа такі, що щоб сума всіх трьох і кожних двох була квадратами.
6. **Задача з «Арифметики» Діофанта.** Знайти два числа, добуток яких, у сумі з кожним із даних чисел, дорівнює кубу заданого числа.
7. **Задача Метродора з надгробку Діофанта (визначити вік Діофанта).**

Праха Діофанта гробниця ховає, вдивися – і камінь
Мудрим мистецтвом розкриє покійного вік:
З волі богів шосту частину життя був він дитина,
А ще половину шостої – стрів із пушком на щоках.
Тільки минула сьома, з коханою він одружився.
З нею п'ять років проживши, сина діждався мудрець,

Та півжиття свого тішився батько лиш сином.
Рано могила дитину у батька забрала.
Років двічі по два батько оплакував сина.
А по роках цих і сам стрів він кінець свій печальний.

Тема 3. Математика стародавнього Сходу

Більшість математиків Стародавнього Китаю, Індії й арабських країн були одночасно також астрономами; їхні роботи з математики часто пов'язані з дослідженнями з астрономії. Наприклад, інтерес до розв'язку в цілих числах рівнянь виду $ax + by = c$ був пов'язаний з астрономією. Тригонометрію також розробляли для потреб астрономії.

Основним письмовим джерелом для вивчення давньокитайської математики є трактат «Математика в дев'ятох книгах», складений у I столітті до н.е. – I столітті н.е. Цей трактат енциклопедичний. Він містить багато різних задач з арифметики й геометрії із правилами їх розв'язку, але без доведень цих правил. У восьмій книзі розглянуто системи лінійних рівнянь із багатьма невідомими, для розв'язання яких були введені від'ємні числа. Вершиною досягнень математиків Стародавнього Китаю для розв'язку таких систем став метод фан-чен. У трактаті «Математика в дев'ятох книгах» розглядається метод добування квадратного й кубічного коренів тянь-юань. Цей метод був надалі узагальнений на випадок будь-якого кореня й розв'язку чисельним методом рівнянь n -го ступеня.

Джерелом вивчення давньоіндійської математики є коментарі до священних книг брахманів «Веди», а також спеціальні трактати з астрономії та математики «сіддханти». У Стародавній Індії були придумані цифри. Ми називаємо цифри арабськими, тому що запозичили їх в арабів. Але самі араби називали їх індійськими, тому що вони запозичили цифри в індійців. Індійські математики розглядали окремі задачі, що приводять до лінійних рівнянь, але загального методу розв'язку лінійних рівнянь (на відміну від китайських математиків) вони не розробили.

Від обчислень із хордами до більш зручних для обчислень синусів першими перейшли індійські астрономи на початку V ст. Вони використовували термін «джива» – хорда, тятива лука. В арабських книгах його переробили на слово «джиба». У латинських перекладах арабських книг почали застосовувати слово *sinus* – буквальный переклад слова «джиба».

Індійська математика вплинула на розвиток цієї науки як на Сході, так і на Заході. Саме в Індії була розроблена арифметика, заснована на десятковій позиційній нумерації. Терміни «корінь», «синус» нагадують нам про роль індійських учених у розвитку алгебри й тригонометрії.

Арабська математика, на відміну від Стародавнього Китаю й Індії, розбудовувалася під сильним впливом математики Стародавньої Греції. Під час правління халіфів династії Аббасидів (VIII–XIII ст.) арабською мовою були переведені «Початки» Евкліда й «Альмагест» Птолемея, а також праці Діофанта, Герона, Архімеда, Аполлонія. Арабські математики цілком

опанували не лише конкретні знання, а й дедуктивний метод греків. Вони послужили також посередниками при знайомстві європейських математиків у середні віки з досягненнями індійських математиків (наприклад, з позиційною десятковою системою запису чисел). Про вплив математики країн ісламу на науку Європи говорять такі наші терміни, як «алгебра», «цифра», «алгоритм».

Контрольні питання

1. На чому базується давньокитайська нумерація?
2. Як проводилися арифметичні дії в Стародавньому Китаї?
3. У чому полягає суть методу фан-чен?
4. На чому базується давньоіндійська нумерація?
5. Як проводилися арифметичні дії в Стародавній Індії?
6. Охарактеризуйте давньоіндійську тригонометрію.
7. На чому базується арабська нумерація?
8. Розкажіть про алгебру Аль-Хорезмі та його послідовників.
9. Розкажіть про математичні праці Омара Хайяма.
10. Охарактеризуйте розвиток плоскої й сферичної тригонометрії в арабській математиці.
11. Розкажіть про математичні роботи Аль-Біруні й Аль-Коші.

Теми для самостійного опрацювання, доповідей, рефератів

1. Правило двох хибних положень.
2. Геометричні задачі «Математики в дев'ятьох книгах».
3. Метод тянь-юань.
4. Квадратні рівняння й невизначені рівняння в математиці Стародавньої Індії.
5. Геометричні задачі давньоіндійської математики.
6. Інфінітезимальні методи давньоарабської математики.

Джерела: [4, ч. 2 гл. 1–3], [1, с. 45–54], [13, гл. 5], [3, 3.8–3.10], [11, гл. 3], [17, 9–11], [18, р. 60–82, 122–142], [2, § 16–18], [14, гл. II, IV], [15, с. 70–79].

Історичні задачі

Задачі Стародавнього Китаю.

Задачі із трактату «Математика в дев'ятьох книгах».

1. П'ять буйволів і 2 барани коштують 10 ланів золота, 2 буйволи й 5 баранів коштують 8 ланів. Скільки коштують буйвіл і баран?
2. Із 3 снопів гарного врожаю, 2 снопів середнього врожаю та 1 снопа поганого врожаю одержали 39 доу зерна. Із 2 снопів гарного врожаю, 3 снопів середнього врожаю та 1 снопа поганого врожаю одержали 34 доу зерна. Із 1 снопа гарного врожаю, 2 снопів середнього врожаю й 3 снопів поганого врожаю одержали 26 доу зерна. Скільки зерна одержали з кожного снопа гарного, середнього й поганого врожаю?
3. Продали 2 буйволи, 5 баранів, купили 13 свиней, залишилося 1000 циней. Продали 3 буйволи, 3 свині, купили 9 баранів, якраз вистачило. Продали 6 баранів, 8 свиней, купили 5 буйволів, не вистачило 600 циней. Скільки коштують буйвіл, баран і свиня?

Задачі Стародавньої Індії.

1. **Задача Бхаскари.** Хтось сказав своєму другові: «Дай мені 100 рупій, і я буду вдвічі багатшим за тебе», на що останній відповів: «Якщо даси мені лише 10 рупій, я стану вшестеро багатшим за тебе». Скільки було рупій у кожного?
2. **Задача з Бахшалійського рукопису.** Знайти число, яке від додавання 5 або віднімання 11 перетворюється на повний квадрат.
3. **Задача Брамагупти.** Знайти висоту свічки, знаючи довжини тіней, які відкидає гномон (вертикальна жердина) у двох різних положеннях, за умови, що задана відстань між точками розташування гномона.
4. **Задача Брамагупти.** Перпендикулярно діаметру проведено хорду, яка ділить діаметр на два відрізки. Доведіть, що квадрат хорди, ділений на довжину будь-якого з відрізків діаметра, помножену на 4, і складений з тим самим відрізком, дорівнює діаметру.

Арабські задачі.

1. **Задача Омара Хайама.** Розв'язати рівняння $\frac{1}{x^2} + 2\frac{1}{x} = 1\frac{1}{4}$
2. **Задача Аль-Хорезмі.** У рівнобедрений трикутник з основою 12 і бічною стороною 10 вписати квадрат.
3. **Задача Аль-Кархі.** Розв'язати систему
$$\begin{cases} x^2 + y^2 = z^2; \\ xz = y^2; \\ xy = 10. \end{cases}$$

Тема 4. Математика Середньовічної Європи та епохи Відродження

У Середньовічній Європі починаючи з V століття розвиток науки, порівняно з античним періодом, майже припинився. Потреба в математиці обмежується арифметикою та розрахунком календаря церковних свят.

Стабілізація й відновлення європейської культури починаються з XI століття. З'являються перші університети (Салерно, Болонья). Розширюється викладання математики: до традиційного університетського квадрівіуму входили арифметика, геометрія, астрономія й музика.

Християнське догматичне суспільство спочатку відмовилося від античної спадщини, в тому числі й наукової, як язичницької. З XII століття починається поступове знайомство європейських вчених з античними відкриттями через переклади з грецької та арабської на латину. Довгий час у Європі застосовували римські цифри. У XII–XIII століттях публікуються перші в Європі праці з десяткової позиційної системи (спочатку переклади Аль-Хорезмі, потім власні праці), і починається її застосування.

Першим визначним математиком середньовічної Європи став у XIII столітті Леонардо Пізанський, відомий під прізвиськом Фібоначчі. Основна його праця «Книга абака» (1202) справила величезний вплив на поширення

математичних знань, популярність індійських цифр і десяткової системи в Європі.

У XV–XVI ст. почалася доба Відродження, що стала переломним моментом у розвитку культури і науки, в тому числі й математики.

Першим великим досягненням стало відкриття загального методу розв'язання рівнянь третього і четвертого степенів. Ці результати належать італійським математикам дель Ферро, Тартальї, Феррарі і Кардано. При цьому під час розв'язання таких рівнянь часто з'являлися корені із від'ємних чисел. Так в математику увійшли комплексні числа.

У 1585 році фламандець Симон Стевін видає книгу «Десята» про правила дій з десятковими дробами, після чого десяткова система здобуває остаточну перемогу й в області дробових чисел.

Подальший розвиток математики був тісно пов'язаний із вдосконаленням математичної символіки. Виникнення алгебри як загальної науки про алгебраїчні рівняння пов'язане з ім'ям французького математика Франсуа Вієта. У роботі «Введення в аналітичне мистецтво» (1591) він описав сучасну алгебраїчну символіку.

Контрольні питання

1. Якими були причини занепаду математичної науки у ранньому Середньовіччі?
2. Як виникнення університетів вплинуло на розвиток математики?
3. Розкажіть про затвердження в Європі десяткової позиційної системи.
4. Яким був науковий доробок Фібоначчі?
5. Яких відомих математиків Середньовіччя ви можете назвати?
6. Розкажіть про історію відкриття методу розв'язання рівнянь третього і четвертого степенів.
7. Коли в Європі поширилися десяткові дробі та дії над ними?
8. У чому полягає основна заслуга Франсуа Вієта?

Теми для самостійного опрацювання, доповідей, рефератів

1. Математика Візантії.
2. Перші математичні твори Західної Європи.
3. Оксфордські калькулятори і вчення про посилення і послаблення якостей.
4. Видатні математики Середньовіччя.
5. Ірраціональні, від'ємні і комплексні числа в Середні віки.

Джерела: [4, ч. 2 гл. 4, 5], [1, с. 54–59], [13, гл. 6], [3, 3.11–3.12], [11, гл. 4], [17, 12–14], [18, р. 143–172], [2, §19, 21, 22, 24], [14, гл. V], [15, с. 79–91].

Історичні задачі

Задача Фібоначчі. Дві вежі, одна заввишки 40, а друга – 30 футів, знаходяться на відстані 50 футів одна від одної. До розміщеної між ними криниці злітаються одночасно з обох веж два птахи. Якщо птахи летять з однаковою швидкістю, то вони одночасно долітають до криниці. Знайдіть відстань від криниці до веж.

Задача Штіфеля. Довести рівність

$$C_n^k = C_{n-1}^{k-1} + C_{n-1}^k$$

Задача Тартальї. Є посудина ємністю 8 літрів, до країв наповнений водою, і дві порожні посудини ємністю 3 і 5 літрів. Потрібно розлити воду порівну у дві більші посудини.

Задача Кардано. Розв'яжіть рівняння

$$13x^2 = x^4 + 2x^3 + 2x + 1$$

Задача Кардано. Перемножте

$$(5 + \sqrt{-15}) \cdot (5 - \sqrt{-15})$$

Задача Адама Різе. 26 осіб витратили разом 88 монет, причому кожен чоловік витрачав 6, жінка 4, дівчина 2 монети. Скільки було чоловіків, жінок, дівчат?

Задача Коммандіно. Довести, що чотири прямі, які сполучають кожную вершину тетраедра з точкою перетину медіан протилежної грані, перетинаються в одній точці, яка ділить кожний з чотирьох відрізків у відношенні 3:1, починаючи з вершини.

Тема 5. Математика XVII століття

У XVII ст. у різних європейських країнах уперше з'являються академії. У 1601 р. у Римі була заснована Академія деї Лінчеї; у 1662 р. в Англії – Лондонське королівське товариство; у 1666 р. у Франції була створена Королівська академія наук; у 1700 р. у Німеччині – Берлінська академія наук. Академії не лише давали можливість ученим обговорювати проблеми, що їх цікавили, та обмінюватися ідеями, а й організовували видання наукових журналів.

Одним із найважливіших відкриттів математики XVII ст. є метод координат. Координатний підхід різко розширив клас кривих, якими могли займатися геометри, у порівнянні з тими кривими, які розглядали в Давній Греції. Декарт писав, що метод координат може працювати не тільки на площині, але й у просторі, і давав стосовно цього короткі пояснення. Інше найважливіше відкриття математики XVII ст. – диференціальне й інтегральне числення. Основний внесок у його розвиток зробили Ньютон і Лейбніц. Створення аналітичної геометрії й аналізу справило в математиці справжню революцію. Математика вже не обмежується вивченням сталих величин і чисел, а все більше переходить до дослідження змінних величин і функцій як аналогів механічного руху й будь-якої кількісної зміни взагалі.

У XVII ст. метою математики поступово стають загальні, а не часткові результати. Математичні дослідження значно розширюються, і виникає кілька нових розділів математики: аналітична геометрія, проєктивна геометрія, теорія ймовірностей, числення нескінченно малих. Останнє стало основою розвитку теорії нескінченних рядів, інтегрування звичайних диференціальних рівнянь і варіаційного числення, диференціальної геометрії. Разом з тим тривали роботи з алгебри й тригонометрії, були відкриті логарифми, створені різні методи наближених обчислень, розв'язані окремі складні задачі теорії чисел. Тільки за

одне XVII ст. кількість методів і понять, якими збагатилася математика, більша, ніж за всі попередні століття.

Однак алгебра й аналіз в XVII ст. ще не мали точного логічного обґрунтування. Ферма, Паскаль і Барроу визнавали, що їхнім роботам про обчислення площ і метод неподільних бракує строгості. У Ньютона й Лейбніца не було строгих визначень похідної та інтеграла.

У XVII і XVIII століттях жоден із тих, хто вніс найбільший вклад у розвиток математики, не був виключно математиком. Гюйгенс і Ньютон більше зробили в галузі фізики, ніж математики. Фізикою активно займалися також Паскаль, Ферма й Лейбніц. Декарт уважав, що до математики, крім алгебри й геометрії, належать астрономія, музика, оптика й механіка.

Контрольні питання

1. Охарактеризуйте розвиток алгебри й теорії чисел у XVII ст.
2. Охарактеризуйте розвиток геометрії XVII ст.
3. Яка історія відкриття логарифмів?
4. Коли та як виникли комбінаторика й теорія ймовірностей?
5. У чому суть інфінітезимальних методів: методу неподільних, методу нормалей і дотичних?
6. Розкажіть про зародження математичного аналізу.
7. Які перші математичні журнали вам відомі?

Теми для самостійного опрацювання, доповідей, рефератів

- | | |
|------------------|-------------------------------|
| 1. П'єр Ферма. | 4. Ісаак Ньютон. |
| 2. Блез Паскаль. | 5. Готфрід Вільгельм Лейбніц. |
| 3. Рене Декарт. | |

Джерела: [5], [1, с. 59–63, 96–101, 129–137, 158–172], [13, гл. 7–9, 11], [3, 4.1], [11, гл. 5], [17, 15–16], [18, р. 177–298], [2, § 25–32], [14, гл. VI], [15, с. 33–39, 106–143].

Історичні задачі

1. **Задача Ферма.** Показати, що якщо S є сума нескінченно спадної геометричної прогресії $a_1, a_2, a_3, \dots$, то $\frac{S}{a_1} = \frac{a_1}{a_2}$.
2. **Задача Ферма.** Довести, що якщо ціле число N не ділиться на просте число p , то $N^{p-1} - 1$ кратне p .
3. **Задача Декарта.** Розв'язати рівняння
$$x^4 - 4x^3 - 19x^2 + 106x - 120 = 0$$
4. **Задача Ньютона.** Розділити
$$y^4 - 3\frac{1}{2}a^2y^2 + 3a^2y - \frac{1}{2}a^4$$
 на $y^2 - 2ay + a^2$.
5. **Задача Ньютона.** Дванадцять биків з'їдають $3\frac{1}{3}$ югера пасовища за 4 тижні, 21 бик з'їдає 10 югерів такого ж пасовища за 9 тижнів. Скільки биків з'їдять 24 югери за 16 тижнів?

6. Задачі Лейбніца.

1) Показати, що $t^5 - t$ ділиться на 5.

2) Показати, що $t^7 - t$ ділиться на 7.

7. **Задача Фульгера (стереометричний аналог теореми Піфагора).** Якщо в тетраедрі ABCD плоскі кути при вершині O прямі, то

$$S_{\triangle ABC}^2 = S_{\triangle OAB}^2 + S_{\triangle OAC}^2 + S_{\triangle OBC}^2$$

Тема 6. Математика XVIII століття

XVIII століття в математиці можна коротко охарактеризувати як століття аналізу, який став головним об'єктом докладання зусиль математиків. Розвиток математики, зокрема аналізу, супроводжується процесом диференціації: в середині століття відокремлюється нова галузь аналізу – теорія диференціальних рівнянь, яка в свою чергу поділяється на звичайні диференціальні рівняння і рівняння у частинних похідних.

В геометрії спостерігається прогрес у аналітичній і особливо диференціальній геометрії просторових кривих і поверхонь. У тісному зв'язку із задачами будівництва і фортифікації розвивалися методи нарисної геометрії.

Теорія ймовірностей перестає бути екзотикою і доводить свою корисність в найнесподіваніших областях людської діяльності. Де Муавр і Даниїл Бернуллі відкривають нормальний розподіл. Виникають ймовірнісна теорія помилок і наукова статистика. Класичний етап розвитку теорії ймовірностей завершили роботи Лапласа.

Центрами математичних досліджень стають академії наук, здебільшого державні. Академії наук заохочували дослідження з прикладної математики, організовуючи міжнародні конкурси із великими сумами премій. Наприклад, конкурси з руху планет і комет, конкурс з теорії морських припливів і відпливів та інші. Математики стають професіоналами, любителі майже зникають зі сцени.

Найвідомішим математиком цього періоду, а можливо й усіх часів, був Леонард Ейлер. Він здійснив важливі відкриття в таких галузях математики, як математичний аналіз і теорія графів, увів велику частину сучасної математичної термінології і позначень, зокрема в математичному аналізі, як, наприклад, поняття функції. Ейлер відомий також завдяки своїм роботам з механіки, динаміки рідин, оптики та астрономії, інших прикладних наук.

Жозеф Луї Лагранж зробив вагомий внесок в низку галузей математики, зокрема варіаційне числення, теорію диференціальних рівнянь, розв'язання задач на знаходження максимумів і мінімумів, теорію чисел (теорема Лагранжа), алгебру і теорію ймовірностей.

У XVIII столітті відбувається реформа навчальної математичної літератури. З'являються посібники, в яких поєднано науковість і доступність викладання, враховано нові досягнення математики. У 1758 році опубліковано двотомну «Історію математики» французького науковця Жана

Етьєна Монтюкла, у якій розглянуто розвиток математики до початку XVIII століття. Захоплива і певною мірою доступна книга мала величезний успіх.

Контрольні питання

1. Які нові галузі математики з'явилися у XVIII столітті?
2. Охарактеризуйте розвиток алгебри й теорії чисел у XVIII ст.
3. В яких галузях отримав результати Леонард Ейлер?
4. Кого вважають творцями варіаційного числення?
5. Якою була роль академій наук у розвитку математики цього періоду? Назвіть найвідоміші академії наук.
6. В чому полягала суть суперечок про струну і про логарифм?
7. Хто був автором першої праці з історії математики?

Теми для самостійного опрацювання, доповідей, рефератів

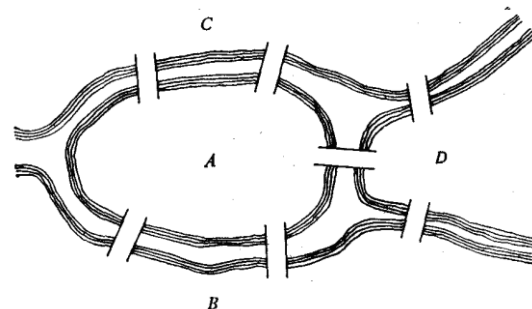
1. Леонард Ейлер.
2. Жозеф Луї Лагранж.
3. Суперечка про струну.
4. Виникнення варіаційного числення.
5. Вплив історичних подій у Франції кінця XVIII – початку XIX століття на розвиток математики.

Джерела: [6], [1, с. 101–109, 138–141, 145–150], [13, гл. 10, 13–14], [3, 4.2] [12, гл. 6], [17, 17–18], [18, р. 301–384], [2, § 34, 37–39], [14, гл. VII].

Історичні задачі

Задача Ейлера. Дві селянки принесли на базар 100 яєць, одна більше, ніж друга; вдвох виручили однакові суми. Перша сказала: «Якби у мене були твої яйця, я б виручила 15 крейцерів». Друга відповіла: «А якби у мене були твої яйця, я б виручила за них 6 і $\frac{2}{3}$ крейцера». Скільки яєць було у кожної?

Задача Ейлера. Сім мостів перекинуті через річку Преголь, на берегах якої розташоване місто Кенігсберг. Чи можна здійснити прогулянку містом так, щоб пройти кожним мостом тільки один раз?



Задача Монжа. Через протилежні ребра тетраедра проведено паралельні площини. Знайти відношення об'єму тетраедра до об'єму утвореного паралелепіпеда.

Задача Рейно. Хтось, помираючи, лишив заповіт, згідно з яким старший син отримує з повного спадку 100 франків і десяту частину залишку, другий – 200 франків і десяту частину нового залишку, третій – 300 франків і десяту частину нового залишку і так далі до останнього. При цьому частки всіх повинні бути рівними. Знайти розмір залишеного спадку, число синів і частку кожного.

Задача Гольдбаха. Довести, що при цілих і додатних a і b сума всіх дробів виду

$$\frac{1}{(a+b)^{b+1}}$$

має границею одиницю.

Задача Й. Бернуллі. Довести, що

$$\operatorname{arctg} x = \frac{1}{2i} \ln \frac{1+xi}{1-xi}$$

Задача Бюффона. На горизонтальній площині проведено паралельні прямі, відстань між якими дорівнює $2a$. Навмання кидають голку довжиною $2l$ ($l < a$). Знайдіть ймовірність перетину нею однієї з паралельних прямих.

Тема 7. Математика XIX століття

Для XVIII ст. був характерним безпосередній розвиток ідей математики Декарта й Ферма, Ньютона та Лейбніца. Багато із цих ідей беруть початок ще від математики Стародавньої Греції. Наприкінці XVIII ст. багато науковців уважали, що розвиток математики близький до завершення й скоро вже не буде ніяких суттєво нових відкриттів. Ейлер, д'Аламбер, Лагранж мислили, що математика майже вичерпала свої ідеї, і не бачили на обрії ніяких великих умів. Але до математики прийшли Больцано, Коші, Гаусс, Абель, Якобі, Галуа, і розмови про застій у науці більше не поновлювалися. Починаючи із другої чверті XIX ст. у галузі математики відбувається революція, не менш глибока та значна, ніж революція в математиці на початку Нового часу. Протягом XIX ст. відбувалася неухильна зміна понять і настанов, що визначають царину математичних досліджень. При цьому найголовнішими стали нова постановка проблеми існування математичних об'єктів, особливо в аналізі нескінченно малих, а потім створення нестандартних структур геометрії, арифметики й алгебри. Ці корінні зміни в математиці відбувалися за зовсім інших (порівняно з XVIII ст.) економічних і політичних умов, і це спричинило зміну соціальної функції математики, створення нового типу вченого, пошук і винахід нових принципів організації підготовки фахівців і власне досліджень.

Однією з центральних тем математики XIX ст. були ріманові поверхні. У першій половині століття з'явилася задача обернення інтегралів Абеля, яка поступово привела до формування поняття ріманової поверхні. У цей самий час сформувалося й поняття групи. Важливою галуззю досліджень стали алгебраїчні числа. Була відкрита й почала вивчатися неевклідова геометрія. У другій половині століття інтерес учених змістився від теорії абелевих функцій до аналітичної теорії диференціальних рівнянь, що виявило зв'язок диференціальних рівнянь із рімановими поверхнями. Отримав продовження розвиток теорії груп, від скінченних груп науковці перейшли до неперервних груп. Групи перетворень займають важливе місце в геометрії. З'являється інтерес до інваріантів перетворень. Виникли нові області математики: теорія

множин і топологія. Було побудовано моделі геометрії Лобачевського, яка здобула визнання в науковому світі. У зв'язку із цим підсилювався інтерес до аксіоматизації різних галузей математики.

Незмірне посилення ролі математики в природознавстві й техніці вимагало радикальних змін у системі середньої та вищої освіти. У XIX ст. математика стала насамперед університетською наукою, і в університетах, кількість яких постійно зростала, виникало все більше наукових шкіл.

Контрольні питання

1. Розкажіть про виникнення математичної логіки.
2. Охарактеризуйте розвиток алгебри й теорії чисел в XIX ст.
3. Як і коли з'явилася неевклідова геометрія?
4. У чому полягала перебудова основ математичного аналізу в XIX ст.?
5. Як виникла теорія функцій комплексного змінного?
6. На чому заснована теорія дійсних чисел Дедекінда?
7. Розкажіть про теорію множин Кантора.
8. Хто зробив найбільший внесок у виникнення й розвиток топології?

Теми для самостійного опрацювання, доповідей, рефератів

1. Карл Фрідріх Гаусс.
2. Нільс Хенрік Абель.
3. Еваріст Галуа.
4. Микола Лобачевський.
5. Георг Бернгард Ріман.
6. Фелікс Клейн.
7. Огюстен-Луї Коші.
8. Карл Вейєрштрасс.
9. Георг Кантор.

Джерела: [9], [1, с. 63–70, 110–113, 142–145, 173–189], [13, гл. 12, 15–19], [3, 5.1], [12, гл. 7–8], [17, 19–22], [2, § 36, 40], [14, гл. VIII].

Історичні задачі

1. **Задача Гаусса.** Довести, що добуток двох цілих додатних чисел, кожне з яких є меншим від простого числа p , не ділиться на p .
2. **Задача Коші.** Розкласти дроб $\frac{2}{x^2-1}$ й $\frac{2x}{x^2-1}$ на суму двох дробів виду $\frac{A}{x-1} + \frac{B}{x+1}$.
3. **Задача Пуассона.** Хтось має 12 пінт вина й прагне подарувати з нього половину, але в нього немає посудини ємністю 6 пінт, а є посудини ємністю 8 пінт і 5 пінт. Яким чином налити 6 пінт у посудину ємністю 8 пінт?
4. **Задача Лебега.** Розв'язати в цілих числах систему рівнянь
$$\begin{cases} 2x + 3y + 7z = 131, \\ 2x + 3y + 8z + 140. \end{cases}$$

5. **Задачі Бертрана.**

1) Довести, що

$$\sqrt[3]{20 + 14\sqrt{2}} + \sqrt[3]{20 - 14\sqrt{2}} = 4.$$

2) Довести, що

$$\frac{2+\sqrt{3}}{\sqrt{2}+\sqrt{2+\sqrt{3}}} + \frac{2-\sqrt{3}}{\sqrt{2}-\sqrt{2-\sqrt{3}}} = \sqrt{2}.$$

6. **Задача Кезі.** Довести, що при всякому цілому значенні n число $n(n^2 - 1)(n^2 - 5n + 26)$ кратне 120.
7. **Задача Штейнера.** Довести, що якщо з'єднати точку E перетину діагоналей трапеції із точкою F перетину її непаралельних сторін, то більша основа буде поділеною навпіл лінією EF .
8. **Задача Руше.** Знайти відношення об'ємів, одержуваних при послідовному обертанні паралелограма навколо кожної із двох суміжних сторін.

Тема 8. Математика XX століття.

Напрямки досліджень та проблеми сучасної математики

У 1900 році Давид Гільберт на Міжнародному конгресі математиків представив список із 23 невирішених математичних проблем. Ці проблеми охопили різні області математики й сформували центр докладання зусиль математиків XX століття. Сьогодні десять проблем зі списку вирішені, сім частково вирішені, дві проблеми все ще відкриті. Чотири сформульовані надто узагальнено, щоб був сенс говорити про їх вирішення. Пізніше, у 2000 році, було сформульовано 7 математичних проблем, що отримали назву «задач тисячоліття». За розв'язання кожної з цих проблем Математичним інститутом Клея запропоновано винагороду у розмірі 1000000 доларів США.

Особливого розвитку в XX столітті отримали нові області математики; крім комп'ютерних потреб, це багато в чому пов'язано із запитамися теорії управління, квантової фізики та інших прикладних дисциплін. Це функціональний аналіз, різні розділи дискретної математики (теорія ігор, теорія графів, теорія кодування), теорія алгоритмів, теорія інформації, кібернетика, теорія груп Лі, теорія оптимізації, теорія оптимального керування процесами.

У 1904 році Пуанкаре сформулював одну з найбільш відомих математичних задач: гіпотезу про те, що будь-який однозв'язний компактний тривимірний многовид без межі є гомеоморфним тривимірній сфері. Лише в 2002–2003 роках російський математик Григорій Перельман зумів знайти правильний розв'язок задачі.

У 1910-ті роки індійський математик Срініваса Рамануджан сформулював понад 3000 теорем, у тому числі властивості функції розбиття числа і її асимптотичних оцінок. Він також отримав важливі результати в області дослідження гамма-функції, модулярних форм, розбіжних рядів, гіпергеометричних рядів і теорії простих чисел.

У 1931 році Курт Гедель опублікував дві теореми про неповноту, які встановили факт обмеженості математичної логіки.

Представники московської математичної школи «Лузітанія» (1910–1930 рр.) отримали вагомі результати в теорії тригонометричних рядів, дескриптивній теорії множин і теорії функцій. Її члени М. Лузін, Д. Єгоров, А. Колмогоров, П. Александров, О. Хінчін та ін. зробили колосальний вплив на формування радянської математики. Зокрема, у 1936 році Андрій Колмогоров завершив побудову аксіоматики теорії ймовірностей.

У другій половині ХХ століття, у зв'язку з появою комп'ютерів, відбулася суттєва переорієнтація математичних зусиль. Значно зросла роль таких розділів, як чисельні методи, теорія оптимізації, робота з дуже великими базами даних, імітація штучного інтелекту, кодування звукових і відеоданих. Вольфганг Хакен та Кеннет Апелъ за допомогою комп'ютера вирішили проблему чотирьох фарб (1976). Задача полягала в тому, щоб з'ясувати, чи можна будь-яку розташовану на сфері карту розфарбувати чотирма фарбами так, щоб будь-які дві області, що мають спільну ділянку межі, були розфарбовані в різні кольори.

Масовий інтерес викликали фрактали, відкриті Бенуа Мандельбротом (1975). Особливу популярними фрактали стали із розвитком комп'ютерних технологій, які дозволили ефектно візуалізувати ці структури. З 1980-х популярними стали дослідження вейвлетів, як функцій, за допомогою яких можна аналізувати різні частотні компоненти даних. Вони знайшли широке застосування в алгоритмах стиснення зображень із втратами.

Остаточне доведення Великої теореми Ферма було здійснено британським математиком Ендрю Вайлсом 1995 року. 129-сторінкове доведення було надруковане у журналі «Annals of Mathematics». У 2016 році за доведення Вайлс отримав премію Абелівську премію.

Контрольні питання

1. Які нові області математики розвивались у ХХ столітті?
2. У чому полягає гіпотеза Пуанкаре?
3. В яких галузях математики отримав результати індійський математик С. Рамануджан?
4. Яке значення московської математичної школи «Лузітанія»?
5. Яке застосування знайшли нові математичні об'єкти: фрактали, вейвлети?
6. Хто і коли здійснив повне доведення Великої теореми Ферма?
7. У чому полягає задача про чотири фарби? Як її вдалося розв'язати?
8. Висвітліть відомі вам факти біографій Д. Гільберта, К. Геделя, А. Тьюрінга.
9. Поясніть термін «задачі тисячоліття».
10. Які міжнародні математичні премії вам відомі?

Теми для самостійного опрацювання, доповідей, рефератів

1. Анрі Пуанкаре.
2. Алан Тьюрінг.
3. Ніколя Бурбакі: секретне математичне товариство.
4. Розвиток нових галузей математики: теорія ігор, теорія кодування.

5. Перевірка тернарної проблеми Гольдбаха.
6. Математичні проблеми сучасності.
7. Математичні міжнародні конгреси та турніри.

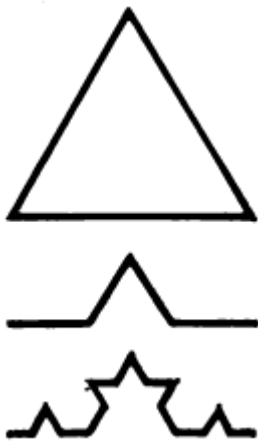
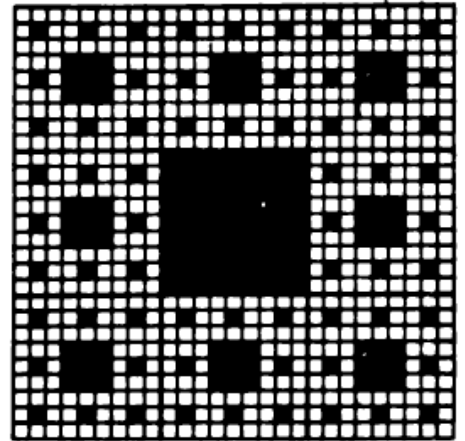
Джерела: [1, с. 189-198], [13, гл. 21–23], [3, 5.2, 6.3], [2, § 41–42], [14, с. 264–320], [15, с. 39–48].

Історичні задачі

1. **Криптарифм Дьюдени.** Замініть літери на цифри так, щоб рівність стала правильною: SEND + MORE = MONEY.

2. **Задача Гільберта.** Є дві однакові склянки: склянка кави і склянка молока. Об'єм кави дорівнює об'єму молока. Зі склянки молока зачерпнули чайну ложку, перелили в каву і недбало перемішали. Потім з отриманої суміші зачерпнули ложку і перелили в молоко назад. Чого тепер більше: молока у склянці з кавою чи кави у склянці з молоком?

3. **Задача Серпінського.** Поділимо одиничний квадрат на 9 конгруентних квадратів і викинемо внутрішню частину середнього квадрата. Поділимо кожний з решти квадратів знову на 9 конгруентних квадратів ще меншого розміру і знову викинемо в кожному внутрішній області центральних квадратів. На третьому кроці такої операції дістанемо фігуру, зображену на рисунку. Продовживши цю операцію до нескінченності, дістанемо фігуру, яка називається килимом Серпінського. Чому дорівнює площа килима Серпінського?



4. **Задача Ван дер Вардена.** Периметр рівностороннього трикутника дорівнює 3. Поділивши кожну його сторону на три конгруентні відрізки, на зовнішніх частинах середніх відрізків будуємо нові рівносторонні трикутники. Кожну сторону зірчастого дванадцятикутника поділимо на три конгруентні частини і знову на зовнішній стороні кожного із середніх відрізків побудуємо правильний трикутник. На другому етапі дістанемо лінію, зображену на рисунку. Чому дорівнюватиме периметр фігури, якщо таку операцію продовжити до нескінченності?

5. **Задача Хінчіна.** Кількість влучань одного стрільця в ціль становить 80%, а другого (за тих самих умов стрільби) 70%. Знайти ймовірність влучання в ціль, якщо обидва стрільці стріляють одночасно (вважається влучання в ціль хоча б однієї з двох куль).

6. **Задача Колмогорова.** Множина M складається з m елементів, а множина N з n елементів. Скільки існує функцій, визначених на M , із значеннями, які належать N ?

7. **Задача Колмогорова.** Яку додаткову умову необхідно накласти на значення x у формулі $f(x) = 1$, щоб отримати означення функції

$$f(x) = (\sqrt{x})^2 + (\sqrt{1-x})^2 ?$$

Тема 9. Історія математики України

На сучасному етапі розвитку національної культури і науки залишається дискусійним питання з приводу визнання того чи іншого математика українським. Критерії, які можна покласти в основу: етнічний, історичний, мовний, територіальний, особистого визначення та ін.

Уявлення про рівень математичних знань праукраїнців (число, рахунок, геометрична форма, побудова) можна зробити на основі вивчення орнаментів, залишків споруд, лінгвістичних даних, грошового обігу.

Як свідчать стародавні пам'ятки історії, давні слов'яни користувались алфавітною нумерацією. Слов'янська кирилична нумерація будувалась аналогічно до грецької (іонійської) на основі алфавіту (кирилиці) і складалася з 27 головних символів для позначення одиниць, десятків і сотень.

Головними джерелами, які дають уявлення про рівень математичних знань у Київській Русі є писемні твори, що містять деякі математичні відомості, а також пам'ятки зодчества, ремесла й народна творчість. Найдавнішим пам'ятником математичних знань усієї епохи Київської Русі є математичний твір монаха Кирика Новгородського "Вчення бачити людині всіх років" (1134). Цей твір присвячено арифметико-хронологічним розрахункам.

Носіями наукових знань у середні віки ставали насамперед ті українські інтелектуали, які здобули освіту в західноєвропейських університетах.

В XVII – XVIII ст. нагромадження математичних знань в Україні пов'язується з Острозькою школою, Києво-Могилянською та Львівською академіями, Харківським колегіумом. Важливим центром науки і культури у західноукраїнському регіоні був Львівський університет, заснований 1661 року. Математика викладалась там як окремий предмет.

Формування науки, створення наукових спілок і центрів, проведення наукових досліджень, поява учених-дослідників припадає в Україні на XIX ст. Центрами наукових досліджень стали в цей час університети: Харківський (засновано у 1805), Київський (1834), Новоросійський (1865).

Важливим моментом у розвитку математики цього періоду є розширення сфери застосування математичного аналізу до розв'язання нових задач природознавства. Обґрунтування математичного аналізу стало першочерговою проблемою для початку XIX ст. Єдиним слов'янином, який творив із славною когортою західноєвропейських учених основи сучасної математики, фізики і механіки, був Михайло Остроградський – український математик і механік, видатний учений, організатор наукової школи

прикладної математики і механіки, талановитий педагог і прогресивний реформатор математичної освіти.

Поряд з Михайлом Остроградським видатний вклад у розвиток математики в XIX столітті внесли наші земляки Віктор Буняковський та Георгій Вороний. Зокрема, так звані діаграми Вороного в наш час використовуються у комп'ютерній графіці, геометричному моделюванні, конструюванні роботів, розпізнанні образів, побудові географічних інформаційних систем.

У 1918 р. створюється Українська Академія наук, до складу якої входило і фізико-математичне відділення. Згодом тут починають працювати кафедри прикладної математики, чистої математики, математичної статистики і математичної фізики. 1934 року на основі цього відділення створено Інститут математики АН УРСР.

У Львові в першій половині XX століття польський математик Стефан Банах заснував відому школу функціонального аналізу. Лінійні простори, які в ній вивчалися (простори Банаха), мають велике значення для сучасної математики.

Серед відомих українських математиків XX століття слід виділити наступних: Микола Чайковський, Дмитро Граве, Михайло Кравчук, Микола Крилов, Микола Боголюбов.

На початку XXI століття українська математика не пасе задніх. Так українка Марина В'язовська, що зараз працює у Швейцарському федеральному технологічному інституті, у 2016 році отримала одну з найпрестижніших математичних нагород світу – Премію Салема – за відкриття світового рівня щодо найщільнішого пакування куль у 8- та 24-вимірних просторах з використанням методів модульних форм. Над розв'язанням цієї задачі вчені працювали кілька століть.

Контрольні питання

1. Які математичні уявлення мали представники трипільської культури?
2. На чому базувалася слов'янська нумерація?
3. На підставі яких джерел можна уявити стан розвитку математики в Київській Русі?
4. Які навчальні заклади діяли на території Західної України в XVII – XVIII століттях?
5. Назвіть перші університети, що створювалися на території України.
6. Охарактеризуйте життєвий і творчий шлях Михайла Остроградського, Георгія Вороного, Михайла Кравчука.
7. Коли і за яких обставин створено Інститут математики НАН України?
8. Назвіть основні математичні школи, створені в Україні.
9. Які галузі математики активно розвиваються в Україні на сучасному етапі?

Теми для самостійного опрацювання, доповідей, рефератів

1. Математика у містах-полісах Північного Причорномор'я.
2. Викладання математики в Києво-Могилянській академії. Феофан Прокопович та Іван Фальковський.
3. Українські математичні наукові товариства кінця XIX – початку XX століття.
4. Найвагоміші дослідження з математики в Академії наук України.
5. Історія математичних досліджень у Дніпровському університеті.
6. Теорія наближень у Дніпровському університеті: діяльність Сергія Нікольського і Миколи Корнейчука.

Джерела: [1, с. 206–261], [2, § 33], [15, с. 63–66, 248–254], [7].

Історичні задачі

Задача Феофана Прокоповича. Якесь людина має багато коней, і всім їм різна ціна. Найгірший кінь коштує 4 злотих, а найкращий – 55 злотих, і ціна від одного до іншого коня весь час зростає на 3 злотих. Питаємо: скільки ж усього було коней?

Задача для студентів Києво-Могилянської академії (1707 р.) Батько трьох синів каже, що середній з них на 2 роки старший за молодшого, а найстаршому стільки років, скільки двом іншим разом і ще понад того 6. Сума усіх їхніх років 58. Скільки років кожному синові?

Задача з «Арифметики» Магніцького. Хазяїн найняв робітника на рік і обіцяв йому дати 12 карбованців і кожух. Але робітник, пропрацювавши тільки 7 місяців, захотів залишити роботу. Під час розрахунку він одержав кожух і 5 карбованців. Скільки коштує кожух?

«Усна лічба». На картині художника Богданова-Бельського «Усна лічба» зображено урок математики в школі XIX століття. Учитель запропонував школярам усно скоротити дріб

$$\frac{10^2 + 11^2 + 12^2 + 13^2 + 14^2}{365}.$$



Спробуйте і ви виконати це завдання.

Задача Стефана Банаха. Один математик носить з собою дві коробки сірників. Кожен раз, коли він хоче дістати сірник, він вибирає одну з коробок навмання. Знайти ймовірність того, що коли він вперше витягне порожню коробку, в іншій коробці виявиться k сірників ($k=0, 1, 2, \dots, n$, n – початкова кількість сірників у кожній з цих коробок).

Список рекомендованих джерел

1. Бевз В. Г. Практикум з історії математики: навчальний посібник для студентів фізико-математичних факультетів. Київ: НПУ імені М. П. Драгоманова, 2004. 312 с.
2. Галкин Е. В. Краткая история математики: учебное пособие для педагогических университетов и педагогических вузов. Челябинск, 2003. 229 с.
3. Гильмуллин М. Ф. История математики: учебное пособие. Елабуга: Изд-во ЕГПУ, 2009. 212 с.
4. История математики с древнейших времен до начала XIX столетия: в 3 томах / под ред. А. П. Юшкевича. Москва: Наука, 1970. Т 1. С древнейших времен до начала Нового времени. 352 с.
5. История математики с древнейших времен до начала XIX столетия: в 3 томах / под ред. А. П. Юшкевича. Москва: Наука, 1970. Т 2. Математика XVII столетия. 300 с.
6. История математики с древнейших времен до начала XIX столетия: в 3 томах / под ред. А. П. Юшкевича. Москва: Наука, 1972. Т 3. Математика XVIII столетия. 496 с.
7. Історія кафедри математичного аналізу і теорії функцій ДНУ. URL: <https://maitf.dnu.dp.ua/history.html> (дата звернення: 07.01.2022).
8. Конфорович А. Г. Визначні математичні задачі. Київ: Радянська школа, 1981. 189 с.
9. Математика XIX века: математическая логика, алгебра, теория чисел, теория вероятностей / под ред. А. Н. Колмогорова и А. П. Юшкевича. Москва: Наука, 1978. 256 с.
10. Попов Г. Н. Сборник исторических задач по элементарной математике. Москва-Ленинград: Главная редакция научно-популярной и юношеской литературы, 1938. 216 с.
11. Прасолов В. В. История математики. Ч.1. Москва: МЦНМО, 2015. 296 с.
12. Прасолов В. В. История математики. Ч.2. Москва: МЦНМО, 2019. 304 с.
13. Стиллвелл Д. Математика и ее история. Москва-Ижевск, 2004. 530 с.
14. Стройк Д. Я. Краткий очерк истории математики. Москва: Наука, 1969. 328 с.
15. Тадеев В. О. Неформальна математика. 6-9 класи. Навчальний посібник для учнів, які хочуть знати більше, ніж вивчається у школі. Тернопіль: Навчальна книга – Богдан, 2003. 288 с.
16. Чистяков В. Д. Сборник старинных задач по элементарной математике с историческими экскурсами и подробными решениями. Минск: Изд-во Мин. высшего, средн. спец. и проф. обр. БССР, 1962. 204 с.
17. Merzbach U.C., Boyer C.B. A History of Mathematics. John Wiley & Sons, Inc. 2011. 668 p.
18. Sherlock Holmes in Babylon and Other Tales of Mathematical History. USA, 2004. 400 p.

ЗМІСТ

Тема 1. Предмет історії математики. Зародження математики. Математика Стародавнього Єгипту та Вавилону	3
Тема 2. Математика Стародавньої Греції та елліністичних країн	4
Тема 3. Математика стародавнього Сходу	7
Тема 4. Математика Середньовічної Європи та епохи Відродження	9
Тема 5. Математика XVII століття	11
Тема 6. Математика XVIII століття	13
Тема 7. Математика XIX століття	15
Тема 8. Математика XX століття. Напрямки досліджень та проблеми сучасної математики	17
Тема 9. Історія математики України	20
Список рекомендованих джерел	23

Підписано до друку . Формат 60×84/16. Папір офсетний.
Друк цифровий. Ум. друк. арк. 1 Тираж прим.

ПП «Ліра ЛТД», вул.Наукова, 5, м. Дніпро, 49107
Свідоцтво про внесення до державного реєстру
Серія ДК № 6042 від 26.02.2018 р.